

Errores matemáticos de los estudiantes de primer semestre de ingeniería en la solución de situaciones de física

Jairo Andrés Coral Campaña*, Julio César León Luquez**,
José Hermes Martínez Saavedra***, Alberto Montalvo Castro*,
Yeimmy Katherine Serrano León**

Resumen

En la presente ponencia se reflexiona sobre los errores matemáticos de los estudiantes al abordar algunas situaciones de física mecánica de los programas de ingeniería de la Universitaria Agustiniiana y la Universidad Santo Tomás, sede Bogotá. Se considera para el análisis, interpretación y el estudio las categorías planteadas por Radatz (1980) una clasificación de los errores en la solución y análisis de la información. Con base en la información expuesta por el autor, se diseñan y validan preguntas que se estructuran en un instrumento diagnóstico, el cual se aplica a 213 estudiantes. A partir de esa aplicación emergen cuatro dimensiones entre las cuales se resalta la dificultad de construir una expresión que permita solucionar la condición propuesta. Se detecta que los errores evidenciados por los estudiantes parten del escaso nivel para reconocer las variables que intervienen en la situación, los parámetros que las vinculan y la relación que se puede constituir para determinar una expresión matemática con la cual se identifica y soluciona la situación.

Palabras clave: error matemático, situaciones en física, categoría.

* Universidad Santo Tomás. jairocoral@ucatonica.edu.co

** Universitaria Uniagustiniana. vice.investigaciones@uniagustiniana.edu.co

*** Universidad Santo Tomás. josemartinez@usantotomas.edu.co

♦ Universitaria Uniagustiniana. almocastro1@gmail.com

♦♦ Universitaria Uniagustiniana. yemmy.serrano@uniagustiniana.edu.cot

Mathematical Errors by First Semester Engineering Students when Solving Physics Problems

Abstract

The present report reflects on mathematical errors, made by students in the Engineering Programs at Universitaria Agustiniiana and Universidad Santo Tomás, in Bogotá, when faced with certain Mechanical Physics scenarios. The study, interpretation and analysis address categories proposed by Radatz (1980) for classifying errors in the solution and analysis of information. With a basis in the information provided by the author, questions were designed and validated to be organized into a diagnostic mechanism that was subsequently applied to 213 students. From this application, four dimensions emerged that underlie the difficulty in constructing an expression that would allow the provided scenario to be solved. The apparent student errors are found to originate in a limited capacity for recognizing the variables that affect the scenario, the parameters that connect them, and the relationship that can be constructed to determine a mathematical expression with which to identify and solve the scenario.

Keywords: mathematical error, physics scenarios, categories.

Introducción

Grupos académicos actuales plantean la necesidad de reflexionar sobre las situaciones que aportan al fracaso escolar vinculado con el desarrollo del saber en física, el cual se expresa por el escaso nivel de los saberes matemáticos aplicados o por la forma como estos se utilizan en física.

En algunos espacios se estima que la causa del fracaso de los estudiantes es la forma inapropiada como se aplica la matemática en la física. Lo anterior se constata en las dificultades de los futuros profesionales para proponer alternativas de solución a situaciones particulares de la física, razón por la cual es relevante examinar una perspectiva de error, error matemático, situación en física y error matemático en situación de física.

Error, obstáculo y dificultad

El error se vincula a la dificultad que tiene el estudiante para asumir situaciones de mayor nivel de complejidad matemática, además de su actitud para afrontar situaciones propuestas. Matz (1980) indica que el error del estudiante se genera por la inapropiada utilización del saber que posee, en tanto Brousseau (1986) propone el error sistemático, el cual se refiere al resultado de la incorrecta acomodación del saber ya adquirido y que se aplica de forma deliberada por el estudiante.

Brousseau, David y Werner (citados en Rico, 1995) sugieren cuatro formas de identificar los errores: por ser consecuencia de la inadecuada concepción de un saber en particular, por la apropiada aplicación de un saber no correcto, cuando se hace uso de procesos no correctos junto a saberes no apropiados y cuando se plantean alternativas apropiadas al desarrollo y la solución.

Rico (1995) considera que para la mayoría de los investigadores el error es una situación que emerge al desarrollar actividades académicas de manera no provocada, aunque puede ser de formación previa, persistente y particular en cada estudiante, además de alto grado de complejidad. Para modificar el error se requiere incidir en el saber del estudiante. Bell (1976) señala que el error corresponde al modo de manifestar el obstáculo existente en el saber que maneja un estudiante, en un conocimiento matemático, en la manera como se interpreta cierta situación a partir de una información particular o de un enunciado dado.

Según Bachelard (1938) los trastornos vividos y considerados con y por los estudiantes al abordar un proceso que los conduce a proponer una alternativa de solución o para llegar a ella se denominan obstáculo epistemológico. Para Brousseau (1986) el obstáculo se refiere a un conocimiento adecuado en un momento pero que no lo es para afrontar situaciones nuevas, además, los obstáculos apuntan a dificultades que identifica una persona sin tener los saberes para abordarlos, situación que le lleva a bloquear su avance. Estas dificultades son intra o extramatemáticas (Brousseau, 1983).

Radatz (1980) plantea cuatro categorías de errores vinculados con situaciones de aprendizaje:

- Dificultad del lenguaje: el error surge del uso inadecuado de los símbolos y de los términos matemáticos, lo que conduce a un aprendizaje impropio.

- Dificultad para obtener información espacial: error que surge de la representación gráfica o icónica inadecuada de situaciones matemáticas.
- Aprendizaje deficiente de los prerrequisitos: error que aparece por la deficiente administración de los saberes teóricos o procedimentales para afrontar tareas, las cuales se debieron tener con anterioridad.
- Asociaciones incorrectas o rigidez del pensamiento: error que atañe a la maleabilidad del pensamiento para mover el saber a nuevos contextos. Radatz (1980) las nombra de cuatro formas: perseverancia, de asociación, de inferencia y de asimilación; y asociaciones de reglas o estrategias irrelevantes: los errores suceden cuando se usan las reglas o estrategias por analogía en varios contenidos o saberes. Es de subrayar que la analogía en matemáticas no siempre es ventajosa.

La matemática en la física

Por las múltiples formas de interpretar el concepto de error, se han generado diversos estudios que relacionan los saberes y su utilización, de tal modo que al ser identificado puede ser abordado de forma particular acorde con su misma estructura y según el mismo proceso de enseñanza-aprendizaje, con el fin de suministrar al estudiante los conocimientos y las competencias apropiadas para enfrentar las situaciones particulares del día a día (Aravena, Caamaño y Giménez, 2008; Biembengut y Hein, 1999; Kaiser y Schwarz, 2010).

Cadenas (2007) indica que los estudiantes al culminar la educación media no cuentan con suficientes estrategias matemáticas para afrontar situaciones de física; de herramientas para dar respuesta a situaciones básicas donde el saber matemático permite sustentar la resolución de situaciones. Estos elementos dan soporte a lo planteado por Hiebert y Lefevre (1986), para quienes el saber sustenta la forma como se desarrolla un procedimiento en particular, aunque no se requiera para su desarrollo, en tanto su ausencia restringe su alcance.

Tuminaro (2004) indica que en momentos se usan de forma inapropiada habilidades aprendidas apropiadamente, por no poderse aplicar de forma correcta a la física, esto permite analizar el modo de pensar matemático de los estudiantes y la forma de aplicar su conocimiento a la física.

Orhun y Orhun (2002) desarrollan investigaciones sobre errores matemáticos que incurren en situaciones propuestas de física, por ejemplo, examinan los resultados alcanzados por estudiantes de noveno grado al solucionar un

instrumento de diez preguntas, donde encuentran tres situaciones representativas: errores generados por el uso inadecuado de un saber físico; errores por el empleo incorrecto de las unidades de medida en física para realizar la conversión de unidades; y errores al ejecutar procedimientos matemáticos.

Soong, Mercer y Er (2009) realizan estudios en una escuela pública de Singapur con estudiantes que apoyan su proceso de aprendizaje con las TIC, además de emplear medios de comunicación sincrónica, en los cuales encuentran dificultades para la solución de situaciones a causa de los inapropiados preconceptos, lectura e interpretación incorrectas de enunciados y bajo nivel de desarrollo de las habilidades matemáticas.

Del contexto de estudio

Los estudiantes participantes del estudio tienen características que cambian en cada institución y según el programa al que pertenecen. Los estudiantes de la Universitaria Agustiniense adelantan el programa de física mecánica en el segundo semestre en las jornadas diurna y nocturna, de la carrera de Ingeniería Industrial. En el mismo semestre trabajan los cursos de cálculo integral que tiene como prerrequisito cálculo diferencial y álgebra lineal, asignaturas que se imparten en primer semestre.

En tanto los estudiantes de la Universidad Santo Tomás cursan primero, segundo y tercer semestre del programa de ingeniería. En Ingeniería Eléctrica se desarrolla el curso de física durante el mismo semestre que los cursos de álgebra lineal y cálculo diferencial. En las ingenierías Industrial, Ambiental, Civil y Mecánica el curso de física se dicta durante el segundo semestre, con álgebra lineal y cálculo diferencial como prerrequisito, asignaturas de primer semestre. Para los estudiantes de Telecomunicaciones, el curso física mecánica y termodinámica se ejecuta en el tercer semestre con cálculo integral como prerrequisito.

Esta asignatura en el plan de estudios tiene un valor de tres créditos académicos con una intensidad horaria de cuatro horas teóricas y dos horas prácticas por los laboratorios y tres horas de trabajo independiente. El programa de Ingeniería Industrial cuenta con el mismo número de créditos pero con cinco horas de trabajo independiente.

Los grupos de estudiantes se integran por diferentes programas, razón por la cual no se asocia grupo y programa en particular, a diferencia de los programas FMTA1 y FMTA2 que los integran de forma exclusiva estudiantes de Ingeniería Electrónica.

Metodología

El trabajo se desarrolló con una metodología descriptiva, desde el estudio, análisis y categorización de los errores matemáticos que cometen los estudiantes de ingeniería de primer semestre de la Universidad Santo Tomás y Universitaria Agustiniiana, en la solución de situaciones de física.

En principio se construyó el instrumento de evaluación teniendo en cuenta la caracterización de los errores propuesta por Radatz (citado en Rico, 1995). La prueba consta de nueve preguntas abiertas y tres preguntas de selección múltiple, en las que se debe dar solución a situaciones propuestas de la física mecánica mostrando explícitamente procedimientos y algoritmos de solución. La construcción de la prueba estuvo a cargo de expertos temáticos, teniendo en consideración contenidos, capacidades, conceptos de física y el nivel de complejidad. La distribución de las preguntas se describe en la tabla 1.

Tabla 1.

Contenido	Capacidad	Tema	Pregunta	Nivel
OBA	RDC	SM	9	Medio
OBA	SOP	DIN	1	Bajo
OBA	COM	PTE	2	Bajo
EC	RDC	PTE	3	Bajo
EC	SOP	CIN	4	Medio
EC	COM	SM	5	Alto
GE	RDC	DIN	6	Bajo
GE	SOP	SM	7	Medio
GE	COM	CIN	10	Medio
OBA	RDC	CIN	11	Medio
EC	COM	DIN	12	Alto
GE	SOP	PTE	8	Alto

Para los contenidos se estudiaron: (OBA) operaciones básicas, (EC) ecuaciones y (GE) geometría y medición. Frente a las capacidades se estimó el reconocimiento de datos y conceptos (RDC), la solución de operaciones matemáticas (SOP) y la comunicación en matemáticas (COM). Los conceptos de física corresponden

a (SM) sistemas de medición, (DIN) dinámica, (PTE) potencia, trabajo y energía y (CIN) cinemática. Y por último el nivel de complejidad bajo, medio y alto.

La validación de la prueba se hizo por pares, quienes consideraron tres criterios: estructura de las preguntas, significado y uso de representaciones para la interpretación del enunciado y contenido matemático en las situaciones propuestas. A su vez, el instrumento se sometió a revisión del enunciado, a partir de la interpretación que sobre este realizó un grupo de estudiantes, con el fin de evaluar la claridad con la que se exponían las situaciones.

La prueba se aplicó a un total de 213 estudiantes de la Universidad Santo Tomás y de la Universitaria Agustiniiana, quienes estuvieron cursando por primera vez la asignatura de física de sus diferentes programas de ingeniería, distribuida en 13 grupos a cargo de 8 docentes en la primera y 3 grupos con la dirección de un docente en la segunda.

La evaluación se aplicó teniendo en cuenta rúbrica previamente diseñada, en la que se describen aspectos comunes en las respuestas para ser clasificadas en correctas, parcialmente correctas e incorrectas. No se asignó puntuación a ninguna pregunta, ni a la prueba en general. Por otro lado, se diseñó la malla con la clasificación de los errores propuesta por Radatz, y se identificó en cada una de las preguntas evaluadas como parcialmente correctas e incorrectas el error cometido en el que incurren los estudiantes en relación con datos mal utilizados, inferencias no válidas, teoremas o definiciones deformadas, falta de verificación en la solución y errores técnicos para cada una de las preguntas.

A partir de la revisión de las pruebas se consolidó la estructura de la malla y se reconstruyeron categorías para cada situación de manera que se permita identificar errores en: lenguaje, obtención de información espacial, aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conocimientos previos y aplicación inapropiada de reglas o estrategias irrelevantes.

Los resultados arrojados por la prueba aplicada a los estudiantes de las universidades en cita mostraron mayor número de preguntas con respuesta correcta y parcialmente correcta en la Universidad Santo Tomás respecto a la Universitaria Agustiniiana; cuatro correctas y una parcialmente correcta (en promedio) en la primera universidad, en comparación con tres correctas y ninguna parcialmente correcta (en promedio) en la segunda. Mientras que existe mayor tendencia a no responder las preguntas en los estudiantes de la Universitaria Agustiniiana que en la Universidad Santo Tomás.

Tabla 2 . Prueba de diferencias de medias respecto a la calificación de la pregunta para la Universidad Santo Tomás y Universitaria Agustiniiana

		Prueba de muestras independientes											
		Prueba de Levene de igualdad de varianzas					Prueba t para la igualdad de medidas					95 % de intervalo de confianza de la diferencia	
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medidas	Diferencia de error estándar	Inferior	Superior			
Correcta	Se asumen varianzas iguales	1,107	,294	2,703	210	,007	,962	,356	,260	1,663			
	No se asumen varianzas iguales			2,863	95,850	,005	,962	,336	,295	1,628			
Parcialmente correcta	Se asumen varianzas iguales	35,679	,000	3,558	210	,000	,888	,249	,396	1,379			
	No se asumen varianzas iguales			4,944	179,898	,000	,888	,180	,533	1,242			
Incorrecta	Se asumen varianzas iguales	,372	,543	-1,119	210	,264	-,433	,387	-1,195	,329			
	No se asumen varianzas iguales			-1,161	92,223	,249	-,433	,373	-1,173	,308			
No responde	Se asumen varianzas iguales	2,370	,125	-4,230	210	,000	-1,397	,330	-2,048	-,746			
	No se asumen varianzas iguales			-3,886	76,186	,000	-1,397	,360	-2,113	-,681			

Pruebas estadísticas de diferencia de medias para la comparación de los criterios de evaluación de las preguntas mostraron en efecto, diferencias significativas entre la Universidad Santo Tomás y la Universitaria Agustiniiana, frente al número de preguntas con respuesta correcta (con un α de 0,007 menor que alfa de 0,05), parcialmente correcta (con una significancia de 0,000 menor que alfa de 0,05) y sin respuesta (con una significancia de 0,000 menor que alfa de 0,05), mientras que se puede suponer no diferencias en las que se dan respuesta equivocadas.

En este sentido, es claro que, frente a la condición de cometer errores matemáticos en situaciones de física, los estudiantes de las universidades presentan igualdad, por lo que es propicio analizar las características de las preguntas en la incidencia de los errores, y asimismo determinar los criterios generales que determinan la posible influencia en el error.

Teniendo en cuenta lo anterior, y realizando un análisis general de las preguntas propuestas en la prueba, se observa menor dificultad en la pregunta 1; con un porcentaje de aprobación de 73,2 %, seguida de la pregunta 9; con un 55,1 % de aprobación y la pregunta 5 con un porcentaje de 44,1 % de estudiantes que respondieron correctamente. A pesar de que en el restante de las preguntas se advierte una tendencia a la respuesta incorrecta, esta nunca supera el 50 %, a excepción de la pregunta 12, en la que el porcentaje de estudiantes que no responden o responden equivocadamente, es del 39,2 % para cada una de ellas, superando (entre ambas) a la mitad de los estudiantes.

Con el fin de ampliar la información, se evidencia la necesidad de realizar un análisis incluyendo los criterios con los que fueron diseñadas las preguntas. Para ello, y haciendo uso del análisis factorial se logró identificar cuatro nuevas dimensiones en las que se agrupan las preguntas, definidas por los ítems 1, 2, 3 y 11 para la primera dimensión; 5, 6 y 7 para la segunda; 4, 8, 10 y 12 para la tercera e ítem 9 para la dimensión 4.

De acuerdo con la agrupación de las preguntas en las nuevas dimensiones, se observa que para la categoría 4 la mayoría responde de manera correcta, mientras que para la dimensión 1 se verifica respuesta parcialmente correcta en su mayoría e igualdad en la dimensión 2, frente a las preguntas que responden de manera incorrecta y parcialmente correcta. Finalmente, se notan menores desempeños en la dimensión 3 con mayoría de estudiantes que responden de forma incorrecta.

Figura 1. Distribución de calificación a la pregunta

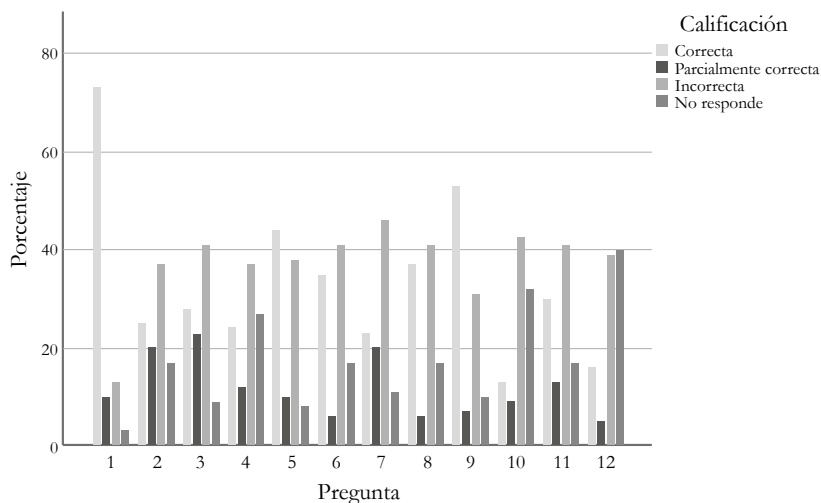
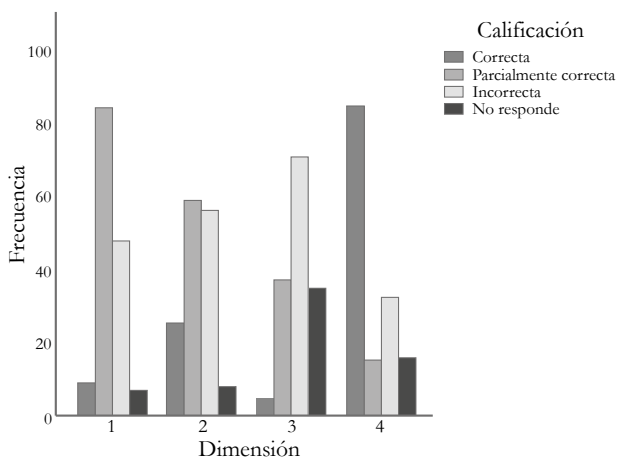


Figura 2. Distribución de calificación para cada dimensión



Análisis de las dimensiones

Primera dimensión

De las preguntas relacionadas en esta dimensión, se presenta desde el punto de vista de procedimiento matemático que, para llegar a la solución, el estudiante debe identificar las cantidades que se dan en el enunciado y reemplazarlas en

las expresiones, información también suministrada en el enunciado, para luego despejar lo que se solicita. La pregunta 2 no requiere reemplazar valores, pero se debe reconocer las cantidades físicas relacionadas en la expresión y la función a partir de la información suministrada en la gráfica.

Desde el punto de vista de conceptos físicos, las preguntas exigen el uso apropiado de unidades de medida y aplicar operaciones adecuadas para el cálculo de cantidades. Sin embargo, en esta situación, como se ve en los resultados, se observa alterada por evidenciar que el estudiante desconoce el uso de las unidades o las aplica inapropiadamente. Es posible que el estudiante confunda entre otros, el concepto de posición y distancia recorrida, situación que se refleja en la interpretación, comprensión y desarrollo de la situación propuesta.

Segunda dimensión

Las preguntas de esta dimensión exponen situaciones atinentes a magnitudes y unidades que se asocian entre sí, razón por la cual el estudiante debe reconocer las posibles relaciones y la forma como estas se vinculan; identificar las alternativas de solución y proponer la mejor opción.

Desde la física, estas preguntas requieren un conocimiento apropiado de las unidades, sus formas de relación y expresión, ya que en el caso de la pregunta 5 se requiere calcular valores específicos con datos suministrados. Existe la posibilidad de que el estudiante interprete impropriamente condiciones básicas que son fundamentales para proponer alternativas y llegar a conclusiones apropiadas a la pregunta propuesta.

Tercera dimensión

Las preguntas de la dimensión 3, la de peor desempeño, atañen a la situación de interpretación gráfica, a partir de la cual es posible construir una expresión matemática con la que se puede obtener la solución. Se observó escaso nivel de conocimientos previos en operaciones aritméticas básicas para solucionar situaciones y se evidenció dificultad en el reconocimiento y descomposición de cantidades vectoriales, elementos primordiales en la construcción de las expresiones algebraicas representativas de las situaciones. Desde la óptica de conceptos físicos, las preguntas exigen el uso apropiado de unidades de medida, y cabe resaltar que se constató de modo recurrente un desconocimiento del uso o aplicación inapropiada de unidades de medida.

Es de añadir que las preguntas tratan también de expresiones geométricas con conceptos de trabajo, potencia y energía, esto para vincular su relación espacial y significado gráfico.

La pregunta 10 considera condiciones básicas que se relacionan en las restantes preguntas de la dimensión; puede prescindir del desarrollo o planteamiento de expresiones, pero no del análisis de la información y la interpretación de las condiciones para concluir situaciones propias de la física que surgen en la cotidianidad.

Cuarta dimensión

El desempeño alcanzado a partir de la pregunta 9, que expresa la dimensión 4, se refleja en que 114 estudiantes responden de forma correcta la situación, 15 que responden parcialmente, 64 con respuesta incorrecta y 13 sin responder la pregunta. Esta información confirma el nivel de la pregunta propuesto inicialmente, nivel medio, por encontrar más de la mitad de los estudiantes con respuestas correctas. Estos desempeños aportan a los resultados globales de la prueba, pero respecto de la variable inciden en el manejo de unidades básicas y en la construcción de las proporciones.

Conclusiones

La tendencia de los estudiantes de la Universitaria Agustiniiana a no dar respuesta a las preguntas, en comparación con mayores resultados de los estudiantes de la Universidad Santo Tomás en contestarlas de manera correcta o parcialmente correcta puede deberse al temor que sienten los estudiantes de cometer error, lo que implica que los estudiantes de la Universitaria Agustiniiana tienen mayor aversión al error.

Pruebas estadísticas denotan que no existen diferencias en el promedio de preguntas que responden de manera equivocada en las dos universidades, lo que puede suponer igualdad en la condición de cometer errores que involucren procedimientos matemáticos en situaciones de física tanto en la Universidad Santo Tomás como en la Universitaria Agustiniiana. Esto también puede estar relacionado con el tipo de población que reciben las universidades a las carreras de ingeniería.

De acuerdo con la respuesta a las preguntas, fue posible categorizar estas en cuatro dimensiones, de las cuales en la primera el estudiante debe identificar información previa ofrecida en el enunciado (ya sea verbal o gráficamente) y trasladar dicha información a otro contexto, ya sea una expresión verbal o simbólica. Frente a la dimensión 2, se hacen preguntas que requieran de la manipulación de magnitudes y unidades de medidas. La dimensión 3 necesita de la interpretación de información ofrecida de manera gráfica, mientras que la 4 incluye el manejo de unidades básicas y la construcción de las proporciones.

Los errores cometidos por los estudiantes pueden partir de la dificultad para identificar variables y parámetros en una situación particular y enlazarlos a través de una expresión matemática. En situaciones en las que se le da al estudiante la expresión que modela la situación planteada, los errores son de álgebra básica, reglas para despejar una o varias incógnitas a partir de una o varias ecuaciones. Desde la perspectiva de física, independientemente del tema, el error recurrente es el olvido o mal uso de unidades, pues en ocasiones cuando el estudiante ejecuta un procedimiento matemático adecuado para encontrar la solución de una situación, no asocia los números con las dimensiones físicas que representan.

Después de la intervención que se planteó aquí se aprecia una notable mejora en el desempeño, que también puede deberse a que los estudiantes avanzan con temas de física en sus cursos y van adquiriendo habilidades para resolver situaciones. Pero continúan presentándose errores en matemática básica y podría concluirse que son errores aprendidos.

Referencias

- Aravena, M., Caamaño, C. & Giménez, J. (2008). Modelos matemáticos a través de proyectos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11, 49-92. Disponible en: <http://www.redalyc.org/pdf/335/33511103.pdf>
- Bachelard, G. (1938). *La formation de l'esprit scientifique*. París: Librairie Philosophique J. Vrin.
- Bell, A. (1976). The learning of general mathematical strategies. Doctoral dissertation. Shell Center for Mathematical Education. Nottingham: University of Nottingham.
- Biembengut, M. & Hein, N. (1999). Modelación matemática: estrategia para enseñar y aprender matemáticas. *Educación Matemática*, 11(1), 119-134.

- Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(2), 165-198.
- Brousseau, G. (1986). *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*. Burdeos: Thèse d'État.
- Cadenas, R. (2007). Carencias, dificultades y errores en los conocimientos matemáticos en alumnos del primer semestre de la Escuela de Educación de la Universidad de los Andes. *Revista Orbis / Ciencias Humanas*, 2(6), 68-84.
- Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: an introductory analysis. En: J. Hiebert (ed.). *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale: Erlbaum.
- Kaiser, G. & Schwarz, B. (2010). Authentic modelling problems in mathematics education - Examples and experiences. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31, 51-76.
- Matz, M. (1980). Towards a computational theory of algebraic competence. *Journal of Children's Mathematical Behaviour*, 3(1), 93-166.
- Orhun, N. & Orhun, Ö. (2002). *Mathematical Mistakes of Solving Physics Problems*. Eskişehir: Anadolu University.
- Radatz, H. (1980). Students' errors in the mathematical learning process: a survey. *For the Learning of Mathematics*, 1(1), 16-20.
- Rico, L. (1995). Errores en el aprendizaje de la matemática. En: K. Jeremy, P. Gómez y L. Rico (eds.). *Educación matemática* (pp. 69-108). Ciudad de México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Soong, B., Mercer, N. & Er, S. (2009). Students' difficulties when solving physics problems: results from an ICT-infused revision intervention. 17th International Conference on Computers in Education. Hong Kong.
- Tuminaro, J. (2004). A cognitive framework for analyzing and describing introductory students' use and understanding of mathematics in physics. Maryland. Tesis para optar al título de doctor en Filosofía.